

非线性破坏准则对主动土压力的影响

张国祥, 曹 鑫

(中南大学 土木建筑学院, 湖南 长沙 410075)

摘 要: 本文采用非线性破坏准则分析和确定了刚性挡土墙主动土压力大小和滑动面位置。首先应用“切线法”引入了变量 c_t 和 ϕ_t , 然后运用迭代法计算得出对应于不同潜在滑动面上的 c_t 和 ϕ_t 值, 再运用广义库仑土压力理论求解主动土压力大小。其中对应于最大主动土压力的滑动面即为最危险滑动面, 此时的所求即为主动土压力。通过与采用线性 Mohr-Coulomb 破坏准则下的研究结果比较得出, 采用非线性破坏准则确定刚性挡土墙主动土压力更加符合实际工程, 结果更加准确, 而采用线性 Mohr-Coulomb 破坏准则计算的主动土压力结果偏小, 在实际工程设计中偏于不安全。

关 键 词: 非线性破坏准则; 刚性挡土墙; 滑动面; 主动土压力; 迭代法

中图分类号: TU 443

文献标识码: A

Influences of nonlinear failure criterion on active earth pressure

ZHANG Guo-xiang, CAO Xin

(School of Civil and Architectural Engineering, Central South University, Changsha 410075, China)

Abstract: The nonlinear failure criterion is employed to determine the active earth pressure and the position of slip surface in this paper. Firstly, the variables c_t and ϕ_t are created by tangents method, then c_t and ϕ_t corresponding to different potential slip surfaces are calculated by iteration method and the active earth pressure is obtained by using generalized Coulomb soil pressure theory. The slip surface, which has the maximum active earth pressure, should be the most dangerous slip surface, and the maximum active earth pressure is also what we desired. After comparing with the research results by Mohr-Coulomb linear failure criterion, it is concluded that the active earth pressures behind the rigid retaining walls, which are calculated by the nonlinear failure criterion, will be more practical and accurate, while adopting the Mohr-Coulomb linear failure criterion will provide a lower active earth pressure values, therefore, will cause insecurity in real project.

Key words: Nonlinear failure criterion; Active earth pressure; Tangents method; Iteration method

1 引 言

挡土墙主动土压力的计算一直是工程界的一大课题。国内外学者专家均在做过大量的研究, 其主要研究方法有平衡法、现场实测法、极限平衡法和有限单元法等。但以上的研究都是根据线性破坏准则进行的。

在实际工程中, 大量的实测数据都表明, 挡土墙破坏时的最大主应力和最小主应力的关系是非线性的, 线性关系只是其中的一个特例。为此, 本文将运用非线性破坏准则分析和确定库仑主动土压力的大小和滑动面的位置。

2 非线性破坏准则

在岩土工程中大都采用线性 Mohr-Coulomb 准则, 认为最大主应力 σ_1 和最小主应力 σ_3 呈线性关系, 其表达式为:

$$\sigma_1 = q_p + M_p \sigma_3 \quad (1)$$

其中 q_p 为三轴试验时的无侧限抗压强度; M_p 为常数, 它们均与岩土材料的抗剪强度指标有关, 其关系式为

$$M_p = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (2)$$

$$q_p = \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi} \quad (3)$$

早在 1977 年 Lade 在对无黏性砂土进行三轴试验时就发现破坏时大、小主应力关系是非线性的; 1985 年和 1987 年 Agar 和 Santarelli 等分别对两种不同的岩石进行三轴试验, 试验结果表明, 破坏是屈服面上的最大主应力和侧限压力 (即小主应力) 也是非线性关系的^[1-2], 其非线性关系可由下式描述:

$$\sigma_1 = q_p + M_p^* \left(\frac{\sigma_3}{q_p} \right)^\alpha \quad (4)$$

式 (4) 中 M_p^* 和 α 均为三轴试验确定的参数。

在应力空间 (τ , σ_n) 中, 式 (4) 可等价于下式:

$$\tau = c_0 \left(1 + \frac{\sigma_n}{\sigma_t} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (5)$$

式 (5) 中 c_0 为曲线与纵轴的截距, 它与 σ_t 和 m 均为岩土材料参数。当 $m = 1$ 时, 式 (5) 即为线性 Mohr-Coulomb 破坏准则的表达式。

将式 (5) 绘制成曲线, 如图 1 所示:

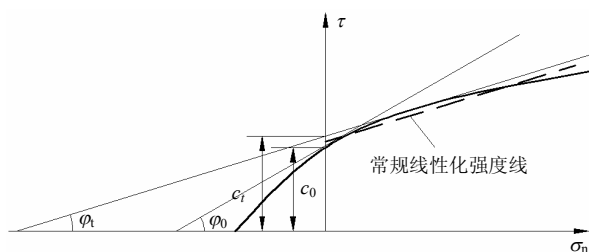


图 1 非线性破坏准则曲线及其切线

Fig.1 The curve of a nonlinear failure criterion and its tangential line

其切线方程为

$$\tau = c_t + \tan \phi_t \sigma_n \quad (6)$$

式 (4) 中, c_t 、 $\tan \phi_t$ 分别表示切线的截距和斜率, 其表达式分别为^[3-8]

$$c_t = \frac{m-1}{m} c_0 \left(\frac{m \sigma_t \tan \phi_t}{c_0} \right)^{\frac{1}{1-m}} + \sigma_t \tan \phi_t \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \tan \phi_t &= \frac{d\tau}{d\sigma_n} = \frac{c_0}{m \sigma_t} \left(1 + \frac{\sigma_n}{\sigma_t} \right)^{\frac{1-m}{m}} \\ &= \frac{\tan \phi_0}{m} \left(1 + \frac{\sigma_n}{\sigma_t} \right)^{\frac{1-m}{m}} \end{aligned} \quad (8)$$

下面采用该非线性破坏准则来求解主动土压力大小及滑动面的位置。

3 非线性库仑主动土压力

本文采用非线性破坏准则求解主动土压力时, 其基本假设如下^[9]:

(1) 滑动面为平面。以往的模型试验研究表明, 滑动面是一个曲面, 只有当墙背倾角较小, 墙背与填土间的摩擦角较小、考虑主动土压力时, 滑动面才接近于一个平面。而实际工程中的挡墙一般能满足以上要求, 所以在计算主动土压力的时可以将滑动面取为一个平面。

(2) 墙后填土为理想刚塑性体, 破坏时服从非线性破坏准则。即在墙后土体破坏之前不考虑土的变形。

(3) 挡土墙结构为刚性结构。即在土体破坏之前也不发生变形。

(4) 假定滑动面上的法向应力 σ_n 为均匀分布。从而滑动面上各点的切线抗剪强度指标 c_t 、 $\tan \phi_t$ 相同, 当墙后破坏土体平动时符合岩土机动场的运动要求。

根据假设 (4), 滑动面上的法向应力 σ_n 的大小将随着滑动面的位置的变化而变化, 当滑动面变化到某个位置时得到的主动土压力最大, 则此滑动面即为最危险滑动面。

若有如图 2 所示的挡土墙, 墙高为 H , 墙面倾斜, 与竖直线之间的夹角为 α , 墙背面为黏性土, 填土表面向上倾斜, 与水平面的夹角为 β , 填土表面作用均布荷载 q , 填土的重度为 γ , 填土与挡土墙面的摩擦角为 δ , 黏着力为 K 。

当挡土墙在填土的压力作用下产生位移, 使墙背面填土产生滑裂体, 并处于极限平衡状态。此时的滑裂面为 BC , 滑裂土体为 ABC , 在滑裂土体上, 作用有滑裂土体的重量 W 、滑裂体表面上的均布荷载 q 、滑裂面 BC 上的反力 R 和凝聚力 T , 反力 R 与滑裂面的法线成 ϕ_t 角, 并作用在法线的下方; AB 面上的反力 P_a (即主动土压力) 和黏着力 K , 反力 P_a 与 AB 面的法线成 δ 角, 并作用在法线的下方, 黏着力则作用在 AB 面上, 如图 2 所示^[9]。

对于线性破坏准则, 填土的 c_t 、 $\tan \phi_t$ 值均为常数; 而对于非线性破坏准则, c_t 、 $\tan \phi_t$ 则与滑裂面上的法向应力 σ_n 有关, 而 $\sigma_n = \frac{R \cos \phi_t}{BC}$, 其中又包含 ϕ_t 值, 故一般的解析方法将不能得出 c_t 、 $\tan \phi_t$ 的大小, 而只能作迭代计算。

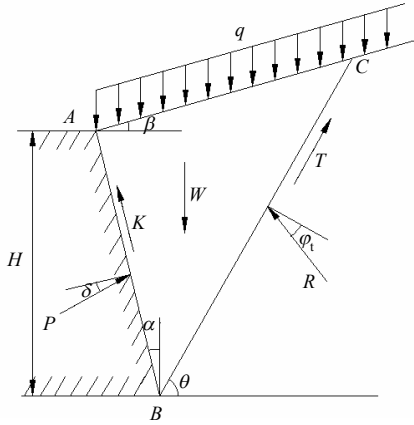


图 2 滑动体受力分析图

Fig.2 The force analysis diagram for the slide mass

根据滑动体的受力情况可画出其力平衡多边形如图 3 所示, 由 Δigf 几何关系得:

$$R = \frac{\cos(\alpha + \delta)(W - \Delta W + \Delta W')}{\cos(\alpha + \delta + \varphi_t - \theta)} \quad (9)$$

式中: W 为滑动体 ABC 在竖直方向的总重量; ΔW 为由于凝聚力 T 和黏着力 K 的作用而减轻的滑动体的重量; $\Delta W'$ 为 gf 段的重量。其大小分别为:

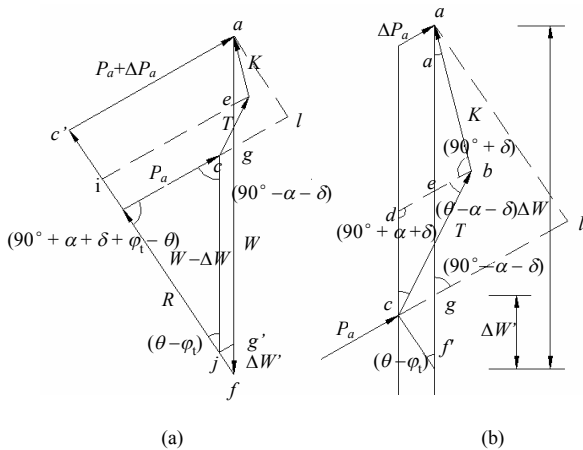


图 3 滑动体力平衡多边形

Fig.3 The force equilibrium polygon of the slide mass

$$W = \frac{1}{2} \gamma H \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha} \overline{AC} + q \overline{AC} \cos \beta \quad (10)$$

$$\Delta W - \Delta W' = \frac{kH \cos \delta}{\cos \alpha \cos(\alpha + \delta)} + \frac{c_t \sin(\theta - \alpha - \delta)}{\cos(\alpha + \delta)} \overline{BC} \quad (11)$$

$$\Delta W' = \frac{\cos(\alpha + \delta + \varphi_t - \theta)}{\sin(\theta - \varphi_t)} \quad (12)$$

$$\left[\frac{C_t \cos \theta}{\cos(\alpha + \delta)} \overline{BC} - \frac{kH \sin \alpha}{\cos \alpha \cos(\alpha + \delta)} \right] \quad (13)$$

$$\overline{BC} = \frac{H \cos(\beta - \alpha)}{\cos \alpha \sin(\theta - \beta)} \quad (13)$$

$$\overline{AC} = \frac{H \cos(\theta - \alpha)}{\cos \alpha \sin(\theta - \beta)} \quad (14)$$

从而可得到滑动面上的法向应力:

$$\sigma_n = \frac{R \cos \varphi_t}{\overline{BC}} \quad (15)$$

由于计算 σ_n 的过程中需要用到 c_t 、 φ_t 值, 而 c_t 、 φ_t 正是需要求解的结果, 故一般的解析方法将很难解得 c_t 、 φ_t 值。因此, 可采用迭代的方法来求解。

首先给出一个滑动面的位置 θ , 再任意给出一个小于 θ 的 φ_t 角代入式 (7) 求得 c_t 值, 再利用式 (9) 和式 (15) 计算得出 σ_n 的值后, 将其代入式 (8) 得出新的 φ_t 值, 如此循环直至两次迭代的结果相近为止。

作用在墙上的土压力按下式计算:

$$P_a = \frac{\sin(\theta - \varphi_t)}{\cos(\alpha + \delta + \varphi_t - \theta)} (W - \Delta W) \quad (16)$$

改变 θ 求出作用在墙上的最大土压力即非线性广义库仑主动土压力。

4 非线性朗肯土压理论

朗肯土压理论是 1857 年法国人朗肯(W. J. M. Rankine)提出的限平衡理论, 它的基本假定是:

- (1) 挡土墙墙面是竖直、光滑的;
- (2) 挡土墙墙背面的填土是均质各向同性的无黏性土, 填土表面是水平的;

墙体在压力作用下将产生足够的位移和变形, 使填土处于极限平衡状态。

挡土墙墙背面填土中任意一点处的应力如图 4 所示, 作用在水平面的竖直应力为 $\sigma_z = \gamma z + q$ 其中 γ 为填土的重度; z 为该点距填土表面的深度; q 为填土表面分布荷载, 作用在竖直面上的水平土应力为

$$p_a = (\gamma z + q) \tan^2(45^\circ - \varphi_t / 2) - 2c_t \tan(45^\circ - \varphi_t / 2) \quad (17)$$

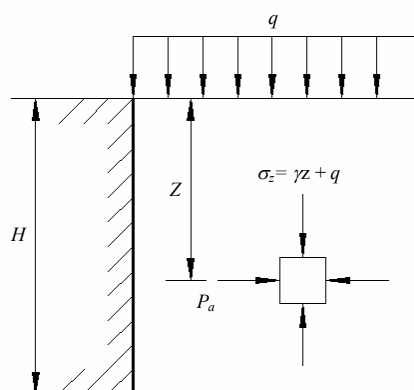


图4 墙后填土单元

Fig.4 Element of the backfill

破坏面上的剪应力为

$$\tau = \frac{\gamma z + q - p_a}{2} \cos \varphi_t \quad (18)$$

将式(18)代入式(5)得:

$$\frac{\gamma z + q - p_a}{2} \cos \varphi_t = c_0 \left(\frac{m \sigma_t \tan \varphi_t}{c_0} \right)^{\frac{1}{1-m}} \quad (19)$$

将式(17)代入式(18)得:

$$\tan \varphi_t = \frac{c_0^m \cos^{1-m} \varphi_t}{m \sigma_t} \left[\frac{(\gamma z + q) \sin \varphi_t}{2 \cos^2 (45^\circ - \varphi_t / 2)} + c_t \tan (45^\circ - \varphi_t / 2) \right]^{1-m} \quad (20)$$

在式(20)中 m, c_0, σ_t, z 和 γ 为已知, 只有 φ_t 为未知量, 因此, 迭代式(18)即可求出 φ_t , 从而可得 $p_a(z)$ 。

作用墙背面的总土压力:

$$P_a = \int_0^H p_a(z) dz \quad (21)$$

5 计算结果的分析

本文中 c_0 、 σ_t 按一般黏性土的性质分别取为 10 kPa 和 30 kPa, m 分别取 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0, 2.2, 2.4, 2.6, 2.8, 墙高 H 取 7 m, 填土重度 $\gamma = 19 \text{ kN/m}^3$, 墙背倾角 α 取 0° , 地面与墙顶夹角 β 取 0° , 墙顶超载为 10 kPa, 黏着力为 $k = \frac{\tan \delta}{\tan \varphi_0} c_0$,

墙背与土摩擦角 δ 取 0° 和 10° 。分别计算每个不同的 m 值对应的滑动面位置及主动土压力的大小。对比结果列于表 1 和表 2 中。

表1 滑动面位置和主动土压力($\delta = 0^\circ$)Table 1 The position of the slip surface and active earth pressure($\delta = 0^\circ$)

m 值	破裂角 $\theta/(^\circ)$	极限平衡值 / $\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$	朗肯理论值 / $\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$	差值 / %
1.0	54.2	177.3	177.3	0.0
1.2	51.7	215.3	217.9	1.2
1.4	50.1	243.8	247.8	1.6
1.6	49.0	265.4	269.9	1.7
1.8	48.3	282.0	286.7	1.6
2.0	47.8	295.1	299.7	1.5
2.2	47.4	305.5	310.1	1.5
2.4	47.1	314.1	318.5	1.4
2.6	46.9	321.2	325.4	1.3
2.8	46.7	327.3	331.2	1.2

表2 滑动面位置和主动土压力($\delta = 10^\circ$)Table 2 The position of the slip surface and active earth pressure($\delta = 10^\circ$)

m 值	破裂角 $\theta/(^\circ)$	极限平衡值 / $\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$
1.0	49.9	138.9
1.2	46.6	170.1
1.4	44.4	193.8
1.6	42.7	211.8
1.8	41.5	225.8
2.0	40.6	236.9
2.2	39.9	245.9
2.4	39.3	253.2
2.6	38.8	259.4
2.8	38.3	264.7

由计算结果分析发现:

(1) 在 c_0 、 σ_t 、 q 、 δ 、 γ 、 H 、 α 和 β 参数不变的情况下, 主动土压力大小随 m 值的增大而增大, 滑动面的倾角则随 m 值的增大而减小。

(2) 当 $m = 1.0$ 时, 即为线性 Mohr-Coulomb 破坏准则, 其主动土压力的计算值小于非线性 Mohr-Coulomb 破坏准则下计算的主动土压力值。

(3) 数值解与扩展朗肯土压力理论解之差值很小, 说明该数值方法具有较高的精度, 可用于实际工程设计。

6 结 论

挡土墙的主动土压力计算一直是岩土工程领域的一项重要课题, 正确的计算其大小对于工程安全至关重要, 因此, 有国内外不少学者对此进行过研究。然而其研究方法大多都局限于线性 Mohr-Coulomb 破坏准则, 但其实与实际的破坏过程有很大的差异。本文引入非线性 Mohr-Coulomb 破坏准则对刚性挡土墙的主动土压力进行了分析和研究, 更加符合工程的实际情况。分析结果表明,

由线性破坏准则计算得出的主动土压力值小于由非线性破坏准则计算得出的主动土压力值, 从而导致在实际工程中这种算法偏于不安全。这一结论在文献^[10-12]的试验研究中可得到验证。引入非线性破坏准则既能更好地反映工程的实际情况, 又能使工程设计偏于安全, 因此, 该法值得在实际工程中广泛推广。

需要指出的是, 有许多学者的研究表明, 实测土压力比用朗肯土压力理论和库仑土压力理论计算的结果偏小, 甚至小得多。即实际上按朗肯理论和库仑理论计算的土压力用于挡土结构设计并非偏于不安全, 而是偏于保守。这一点与文中的结论相左。但这并不能说明本文的理论方法有问题, 因为当土体抗剪强度曲线为非线性时, 如图 1 所示, 实际线性化抗剪强度 φ 、 c 取值并非对应于本文 $m=1$ 时的抗剪强度 φ_0 、 c_0 。因此, 用朗肯土压力理论和库仑土压力理论计算的结果也有可能偏大。

参 考 文 献

- [1] X J Zhang and W F Chen. Stability analysis of slopes with general nonlinear failure criterion[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1987, 11:33—50.
- [2] 张国祥, 刘宝琛. 岩土面抗剪强度与破坏面位置[J]. 岩土力学, 2002, 23(6):730—732.
ZHANG Guo-Xiang, LIU Bao-chen. General shear strength and position of geotechnical slip surface[J]. **Chinese Journal of Rock and Soil Mechanics**, 2002,23(6): 730—732.
- [3] 张国祥, 刘宝琛. 潜在滑移线法分析边坡滑动面及稳定性[J]. 土木工程学报, 2002, 35(6):79—81.
ZHANG Guo-Xiang, LIU Bao-chen. Analysis of slope slip surface and stability by the potential slip surface theory[J]. **Chinese Journal of Civil Engineering Journal**, 2002, 35(6): 79—81.
- [4] 张国祥, 刘宝琛. 三维边坡滑动面和稳定性的弹塑性有限元分析[J]. 中国公路学报, 2003, 16(1):25—29.
ZHANG Guo-Xiang, LIU Bao-chen. Analysis of slope slip surface by three-dimension finite element method [J]. **Chinese Journal of Highway and Transport**, 2003,16(1): 25—29.
- [5] 张国祥, 刘新华, 魏伟. 二维边坡滑动面及稳定性弹塑性有限元分析[J]. 铁道学报, 2003, 25(1):79—83.
ZHANG Guo-Xiang, LIU Xin-hua, WEI Wei. Analysis of elastic-plastic finite element for two dimension slope slip surface and stability[J]. **Chinese Journal of Railway Society**, 2003,25(2): 79—83.
- [6] 杨小礼, 李亮, 刘宝琛. 非线性破坏准则对被动土压力的影响[J]. 工程力学, 2004, 21(1):31—36.
YANG Xiao-li, Li liang, LIU Bao-chen. Influence of a nonlinear failure criterion on passive earth pressure[J]. **Chinese Journal of Engineering Mechanics**, 2004, 21(1): 31—36.
- [7] 杨小礼, 李亮, 刘宝琛. 非线性破坏准则对竖直边坡稳定性分析的影响[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(4): 592—596.
YANG Xiao-li, Li liang, LIU Bao-chen. Influence of a nonlinear failure criterion on Stability analysis of vertical cut using nonlinear SQP algorithm[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004,23(4): 592—596.
- [8] 蔡中民, 徐文令, 张建文. 非线性 Mohr—Coulomb 体边坡的极限荷载[J]. 固体力学学报, 1995, 16(3): 254—258.
CAI Zhong-min, XU Wen-lin, ZHANG Jian-wen. The limit loading of slopes for nonlinear Mohr-Coulomb material[J]. **Chinese Journal of Acta Mechanica Sinica**, 1995, 16(3): 254—258.
- [9] 顾慰慈. 挡土墙土压力计算手册[M]. 中国建材工业出版社, 2005
- [10] 罗强, 蔡英, 邵启毫. 成都黏土重力式挡土墙的工程试验[J]. 西南交通大学学报, 1995, 30(3):270—274.
LUO Qiang, CAI Ying. SHAO Qi-hao. Experimental Study on Gravity Retaining Wall filled with Chengdu Clay[J]. **Chinese Journal of Southwest Jiaotong University**, 1995, 30(3): 270—274.
- [11] 岳祖润, 彭胤宗, 张师德. 压实黏性填土挡土墙压力离心模型试验[J]. 岩土工程学报. 1992,14(6):90—96.
YUE Zu-run, PENG Yin-zong, ZHANG Shi-de. Centrifuge model tests on lateral pressure on walls retaining compacted clayey backfill[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1992,14(6):90—96.
- [12] 杨雪强, 何世秀, 余天庆. 加筋砂土作用在挡土墙上的土压力研究[J]. 岩土力学, 1997, 18(1):25—34.
YANG Xue-qiang HE Shi-xiu YU Tian-qing. Research about the pressure of reinforced cohesionless backfill acted on the retaining wall [J]. **Rock and Soil Mechanics**, 1997, 18(1):25—34.